

# 고2 2024년 3월 모의고사

2024학년도 3월 고2 전국연합학력평가 수학영역

30 Questions | 100 min

---

1. 두 다항식  $A = 3x^2 + 2x - 1$ ,  $B = -x^2 + x + 3$ 에 대하여  $A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- (A)  $2x^2 - x + 2$
- (B)  $2x^2 + x - 2$
- (C)  $2x^2 + 3x + 2$
- (D)  $4x^2 + x + 4$
- (E)  $4x^2 + 3x + 4$

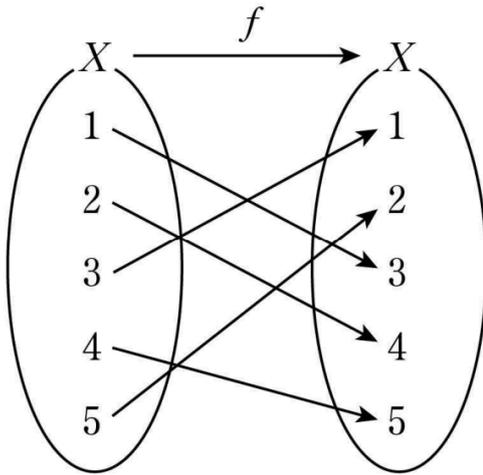
2.  $1 + \frac{2}{1-i}$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- (A)  $i$
- (B)  $1 - i$
- (C)  $1 + i$
- (D)  $2 + i$
- (E)  $2 + 2i$

3.  ${}_4C_2$ 의 값은? [2점]

- (A) 6
- (B) 7
- (C) 8
- (D) 9
- (E) 10

4. 그림은 함수  $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.  $f^{-1}(4)$ 의 값은? [3점]



- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 5

5.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + 12$ 를  $x - 2$ 로 나눈 나머지가  $2a - 8$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- (A) -6    (B) -8    (C) -10    (D) -12    (E) -14

6. 원  $(x + 5)^2 + (y + 11)^2 = 25$ 를  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후,  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 원이 점  $(0, a)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- (A) 8    (B) 9    (C) 10    (D) 11    (E) 12

7. 연립부등식  $\begin{cases} 2x + 1 < 3 \\ x^2 - 2x - 15 \leq 0 \end{cases}$  을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- (A) 4    (B) 5    (C) 6    (D) 7    (E) 8

8. 함수  $y = \frac{b}{x-a}$ 의 그래프가 점 (2, 4)를 지나고 한 점근선의 방정식이  $x = 4$ 일 때,  $a - b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- (A) 6    (B) 8    (C) 10    (D) 12    (E) 14

9. 두 직선  $x + 3y + 2 = 0$ ,  $2x - 3y - 14 = 0$ 의 교점을 지나고 직선  $2x + y + 1 = 0$ 과 평행한 직선의  $x$ 절편은? [3점]

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 5

10. 삼차방정식  $x^3 + x^2 - 2 = 0$ 의 한 허근을  $a + bi$ 라 할 때,  $|a| + |b|$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이고,  $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

- (A) 4
- (B)  $\frac{7}{2}$
- (C) 3
- (D)  $\frac{5}{2}$
- (E) 2

11. 전체집합  $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $A \cap B = \{2, 8\}$
- (나)  $A^c \cup B = \{1, 2, 8, 16\}$

집합  $A$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- (A) 26
- (B) 31
- (C) 36
- (D) 41
- (E) 46

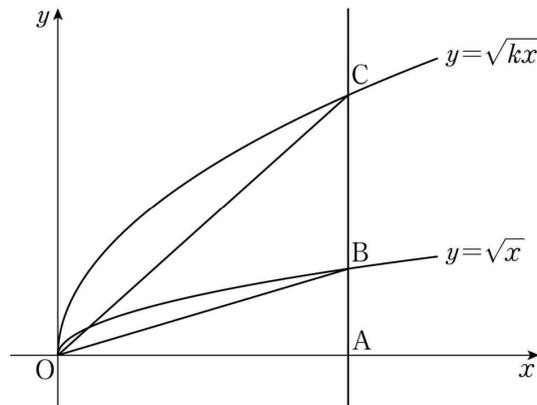
12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = \begin{cases} (a + 7)x - 1 & (x < 1) \\ (-a + 5)x + 2a + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 의 역함수가 존재하도록 하는 모든 정수  $a$ 의 개수는? [3점]

- (A) 10
- (B) 11
- (C) 12
- (D) 13
- (E) 14

13. 좌표평면에서 원  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ 과 직선  $y = x + 5$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고,  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 이다. 양수  $r$ 의 값은? [3점]

- (A) 3
- (B)  $\sqrt{10}$
- (C)  $\sqrt{11}$
- (D)  $2\sqrt{3}$
- (E)  $\sqrt{13}$

14. 그림과 같이  $k > 1$ 인 상수  $k$ 에 대하여 점  $A(k, 0)$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 두 곡선  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{kx}$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 OBC의 넓이가 삼각형 OAB의 넓이의 2배일 때, 삼각형 OBC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



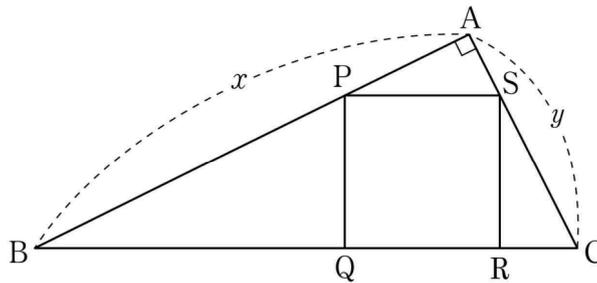
- (A) 15
- (B) 18
- (C) 21
- (D) 24
- (E) 27

15. 다음 조건을 만족시키는 복소수  $z$ 가 존재하도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 곱은? (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이다.) [4점]

(가)  $\bar{z} = -z$   
 (나)  $z^2 + (k^2 - 3k - 4)z + (k^2 + 2k - 8) = 0$

- (A) -32    (B) -16    (C) -8    (D) -4    (E) -2

16. 그림과 같이  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\overline{BC} = \sqrt{10}$ ,  $\overline{AB} = x$ ,  $\overline{AC} = y$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB 위에 점 P, 선분 BC 위에 두 점 Q, R, 선분 AC 위에 점 S를 사각형 PQRS가 정사각형이 되도록 잡는다.  $\overline{PQ} = \frac{2}{7}\sqrt{10}$ 일 때,  $x^3 - y^3$ 의 값은? (단,  $x > y$ ) [4점]



- (A)  $12\sqrt{2}$   
 (B)  $13\sqrt{2}$   
 (C)  $14\sqrt{2}$   
 (D)  $15\sqrt{2}$   
 (E)  $16\sqrt{2}$

17. 두 양수  $a, k$ 에 대하여 함수  $f(x) = \frac{k}{x}$ 의 그래프 위의 두 점  $P(a, f(a)), Q(a+2, f(a+2))$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $k$ 의 값은? [4점]

(가) 직선 PQ의 기울기는  $-1$ 이다.

(나) 두 점 P, Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 R, S라 할 때, 사각형 PQSR의 넓이는  $8\sqrt{5}$ 이다.

(A)  $\frac{5}{2}$

(B) 3

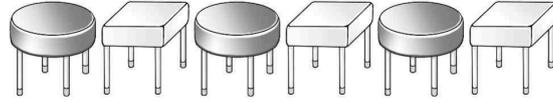
(C)  $\frac{7}{2}$

(D) 4

(E)  $\frac{9}{2}$

18. 그림과 같이 등근 의자 3개와 사각 의자 3개가 교대로 나열되어 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명이 다음 조건을 만족시키도록 이 6개의 의자에 모두 앉는 경우의 수는? [4점]

- (가) 2학년 학생은 사각 의자에만 앉는다.
- (나) 같은 학년 학생은 서로 이웃하여 앉지 않는다.



- (A) 64    (B) 72    (C) 80    (D) 88    (E) 96

19. 좌표평면 위의 두 점  $A(0, 6)$ ,  $B(9, 0)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2 : 1로 내분하는 점을  $P$ 라 하자. 원  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ 과 직선  $AB$ 가 점  $P$ 에서만 만날 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- (A)  $\frac{16}{9}$
- (B) 2
- (C)  $\frac{20}{9}$
- (D)  $\frac{22}{9}$
- (E)  $\frac{8}{3}$

20. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $x + f(f(x)) \leq 5$ 이다.

(나) 함수  $f$ 의 치역은  $\{1, 2, 4\}$ 이다.

에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ.  $f(f(4)) = 1$

ㄴ.  $f(3) = 4$

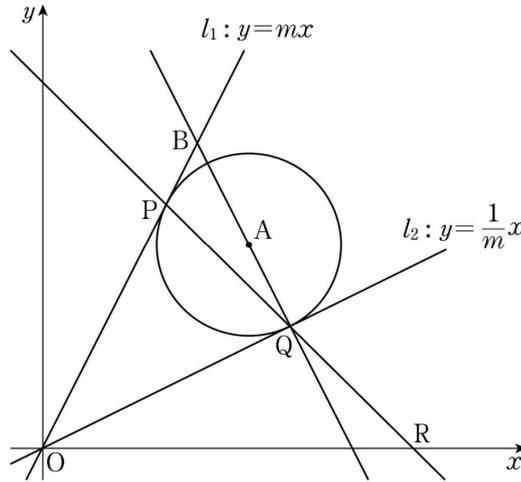
ㄷ. 가능한 함수  $f$ 의 개수는 4이다.

(A) ㄱ    (B) ㄱ, ㄴ    (C) ㄱ, ㄷ    (D) ㄴ, ㄷ    (E) ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 두 직선  $l_1 : y = mx$  ( $m > 1$ )과  $l_2 : y = \frac{1}{m}x$ 에 동시에 접하는 원의 중심을 A라 하자. 직선  $l_1$ 과 원의 접점을 P, 직선  $l_2$ 와 원의 접점을 Q, 직선 PQ가  $x$ 축과 만나는 점을 R이라 할 때, 세 점 P, Q, R이 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

- (가)  $\overline{PQ} = \overline{QR}$
- (나) 삼각형 OPQ의 넓이는 24이다.

직선  $l_1$ 과 직선 AQ의 교점을 B라 할 때, 선분 BQ의 길이는? (단, O는 원점이다.)



- (A)  $\frac{3}{2}\sqrt{5}$
- (B)  $2\sqrt{5}$
- (C)  $\frac{5}{2}\sqrt{5}$
- (D)  $3\sqrt{5}$
- (E)  $\frac{7}{2}\sqrt{5}$

22. 두 집합  $A = \{3, 8, 12\}$ ,  $B = \{3, 5, 9\}$ 에 대하여 집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 두 점  $A(3, 3)$ ,  $B(7, 11)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2 : 1로 외분하는 점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 직선  $y = -x + k$ 가 이차함수  $y = x^2 - 2x + 6$ 의 그래프와 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 점  $A(3, -1)$ 을  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-4$ 만큼 평행이동한 점을  $B$ 라 하자. 직선  $AB$ 를  $x$ 축의 방향으로 3만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의  $y$ 절편을 구하시오. [3점]

26. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p : 2x - a = 0$ ,  $q : x^2 - bx + 9 > 0$ 이 있다. 명제  $p \rightarrow \tilde{q}$ 와 명제  $\tilde{p} \rightarrow q$ 가 모두 참이 되도록 하는 두 양수  $a, b$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f : X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $x_1 \in X, x_2 \in X$ 인 임의의  $x_1, x_2$ 에 대하여  $1 \leq x_1 < x_2 \leq 4$ 이면  $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.  
(나) 함수  $f$ 의 역함수가 존재하지 않는다.

28. 1보다 큰 자연수  $k$ 에 대하여 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } k \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{x \mid x \text{는 } k \text{ 이하의 짝수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 약수}\}$ 가  $n(A) \times n((A \cup B)^C) = 15$ 를 만족시킨다. 집합  $(A \cup B)^C$ 의 모든 원소의 곱을 구하시오. [4점]

29. 다항식  $f(x) = x^4 + (a + 2)x^3 + bx^2 + ax + 6$ 과 최고차항의 계수가 1이고 계수와 상수항이 모두 실수인 두 다항식  $g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

(가) 방정식  $f(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.

(나) 다항식  $f(x)$ 는 두 다항식  $g(x), h(x)$ 를 인수로 갖고,  $h(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 나머지는  $-4x - 1$ 이다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

30. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = \sqrt{-x + a} - b$ 라 하자. 함수  $g(x) = \begin{cases} |f(x)| + b & (x \leq a) \\ -f(-x + 2a) + |b| & (x > a) \end{cases}$ 와 두 실수  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

(가) 실수  $t$ 에 대하여 함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 의 교점의 개수를  $h(t)$ 라 하면  $h(\alpha) \times h(\beta) = 4$ 이다.

(나) 방정식  $\{g(x) - \alpha\}\{g(x) - \beta\} = 0$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 최솟값은  $-30$ , 최댓값은  $15$ 이다.

$\{g(150)\}^2$ 의 값을 구하시오.